

Parker Instability.

update:11/Aug/2011 (presented by Sho Nakamura)

Parker Instability.

z 軸負方向に一様重力場中に静止した流体と x 方向の磁場があり、平行平板大気を作っているとする。なお、ここでは等温とプラズマ β 一定を仮定し、密度と磁場は $\rho = \rho(z), \mathbf{B} = B_x(z)\mathbf{e}_x$ のように書かれるものとする。断熱指数 γ のプラズマと考えると、等温仮定より音速は

$$C_s^2 = \frac{dP}{d\rho} \stackrel{P = \frac{\rho}{m\mu} k_B T}{=} \frac{P}{\rho} = \text{uniform} \quad (1)$$

のように書ける。圧力勾配・磁気圧勾配による力と、重力との釣り合い (静水圧平衡の式) より

$$\frac{d}{dz} \left(P + \frac{B^2}{8\pi} \right) = -\rho g \implies \frac{d}{dz} [(1 + \beta^{-1})P] \stackrel{(1)}{=} (1 + \beta^{-1})C_s^2 \frac{d\rho}{dz} = -\rho g \quad (2)$$

$$\therefore \frac{d \ln \rho}{dz} = -\frac{g}{C_s^2(1 + \beta^{-1})} \implies \rho(z) = \rho_0 e^{-z/H'} \quad (3)$$

ここで

$$H' \equiv \frac{C_s^2(1 + \beta^{-1})}{g} \quad (4)$$

は磁場がある場合の等温平行平板の scale-height である。磁気圧勾配に大気が支えられることによって、scale-height が大きくなっている。ちなみに $\beta \rightarrow \infty$ 極限では、磁場がない場合の静水圧平衡

$$\rho(z) = \rho_0 e^{-z/H} \quad \left(H = \frac{C_s^2}{g} \right) \quad (5)$$

に一致する。

さて、この静水圧平衡状態にある系において摂動が加わり、磁力線の一部が $\Delta z (\ll 1)$ だけ持ち上がったとする (fig1)。このとき、磁力線とともに持ち上がった、磁力線内部の流体の密度を $\rho_{\text{in}}(\Delta z)$ 、磁力線の外側の流体の密度を $\rho_{\text{out}}(\Delta z)$ とする。 $z = 0$ を持ち上げ前の高さにとる。

磁力線とともに持ち上がった内部と外部に密度差があれば、内部は浮力を受ける。これを計算していこう。ここで流体の上昇が起きた時間スケールは、音波が摂動のスケールを伝播する time-scale に比べて十分ゆっくりであるとする。すなわち摂動は常に周囲と圧力平衡であると考え、内部の流体は上昇後の磁力線に沿った方向にのみ運動できるので、内部の流体の磁気圧は上昇前後で変化しないと考える。したがって内部と外部の密度差は

$$\Delta\rho = \underbrace{\rho_{\text{in}}(\Delta z)}_{(5)} - \underbrace{\rho_{\text{out}}(\Delta z)}_{(3)} = \rho_0(e^{-\Delta z/H} - e^{-\Delta z/H'}) \simeq \rho_0 \left(1 - \frac{\Delta z}{H} - 1 + \frac{\Delta z}{H'} \right) = \rho_0 \left(\frac{\Delta z}{H'} - \frac{\Delta z}{H} \right) < 0 \quad (6)$$

で与えられ、内部は周囲より軽くなるのがわかる。この密度差の分の浮力を内部の流体は受けるので

$$F_{\text{buoyancy}} = -\Delta\rho g = \rho_0 g \Delta z \left(\frac{1}{H} - \frac{1}{H'} \right) \quad (7)$$

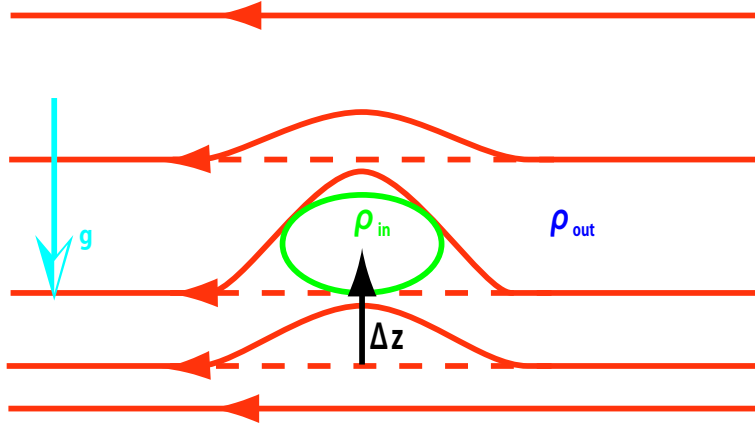


fig 1: 磁力線の一部が持ち上がった様子。

となる。一方で fig1 のように磁力線が変形すると、下向きに磁気張力が働くはずである。磁気張力の大きさは磁力線の曲率半径を R とすると大雑把に見積もって

$$F_{\text{tention}} \simeq \frac{1}{4\pi} \frac{B_0^2}{R} \quad (8)$$

である。ここで 0 の添字は、磁力線がそのまま上昇したことにより上昇前の位置での磁場の強さが保たれているということからくる。fig2 のように半径 R の円に内接する直角三角形を考え、相似関係を利用すると、 R と Δz の関係は

$$\frac{\lambda}{4} : \Delta z \simeq 2R : \frac{\lambda}{4} \implies 2R\Delta z \simeq \frac{\lambda^2}{16} \implies R \simeq \frac{\lambda^2}{32} \frac{1}{\Delta z} \quad (9)$$

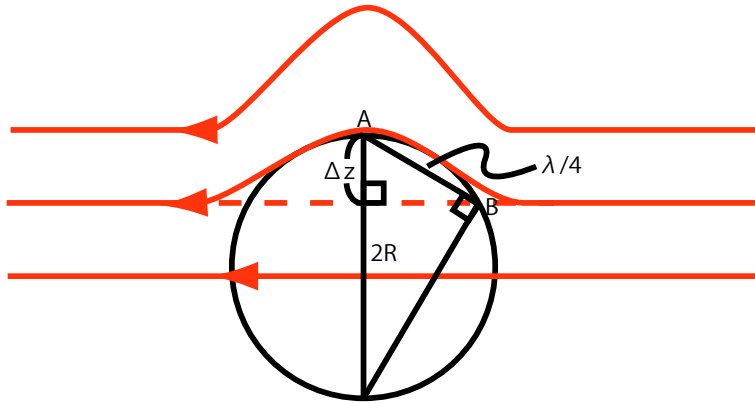


fig 2: 磁力線の変形を曲率円で近似。

ここで、 λ は摂動のおおよその波長であり、辺 AB を $\lambda/4$ としたのも大雑把な見積もりである。 $F_{\text{buoyancy}} > F_{\text{tention}}$ のとき、内部の流体は上昇を続けてしまい、これは不安定であることを意味する。

$$\begin{aligned} \therefore (7), (8), (9) \implies \underbrace{\rho_0 g \Delta z \left(\frac{1}{H} - \frac{1}{H'} \right)}_{(4),(5)} &= \rho_0 g \Delta z \frac{g}{C_s^2} \left(1 - \frac{1}{1 + \beta^{-1}} \right) > \frac{B_0^2}{4\pi} \frac{32}{\lambda^2} \Delta z \implies \frac{\rho_0 g^2}{C_s^2} \frac{1}{1 + \beta} > \frac{B_0^2}{8\pi} \frac{64}{\lambda^2} \\ \implies \underbrace{\frac{g^2}{C_s^4} \frac{P_0}{8\pi}}_{= \beta} \frac{1}{1 + \beta} > \frac{64}{\lambda^2} &\implies \lambda^2 > 64(1 + \beta^{-1}) \underbrace{\frac{C_s^4}{g^2}}_{= H^2} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\therefore \lambda > 8\sqrt{1 + \beta^{-1}} H \quad (11)$$

よって scale-height の 10 倍程度の長さの摂動が加わったとき、浮力が張力を上回り、流体と磁力線は上昇を続ける。これを Parker Instability と呼ぶ。

Parker Instability の直感的理解

以上は式変形から導かれたものである。ポイントと成ったのは摂動内部の流体が磁力線に沿った方向にのみ広がるという点である。これをもう少し別の角度から物理的に考察してみよう。磁力線の一部が持ち上がる事により、磁力線とともに持ち上がった流体要素は磁力線に沿って（滑り台を下るように）ズルズルと落ちていく。すると持ち上がった頂上部分は周囲よりも密度が薄くなって、浮力を感じるようになる。この浮力が磁気張力よりも強ければさらに上昇が続く、という一連の流れがこの不安定性の本質である (fig3→fig4→fig5)。

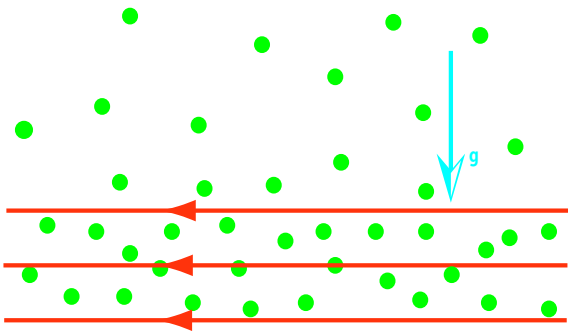


fig 3: 平衡状態から磁力線が持ち上がる。

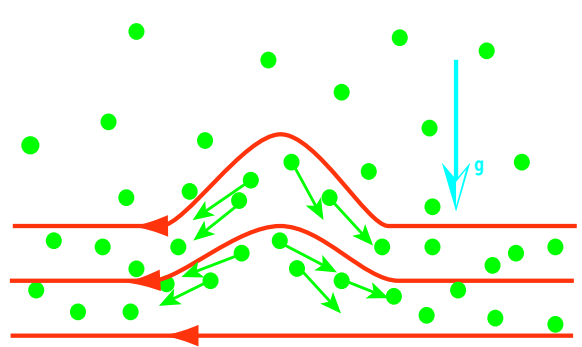


fig 4: 磁力線に沿って流体要素がずり落ちる。

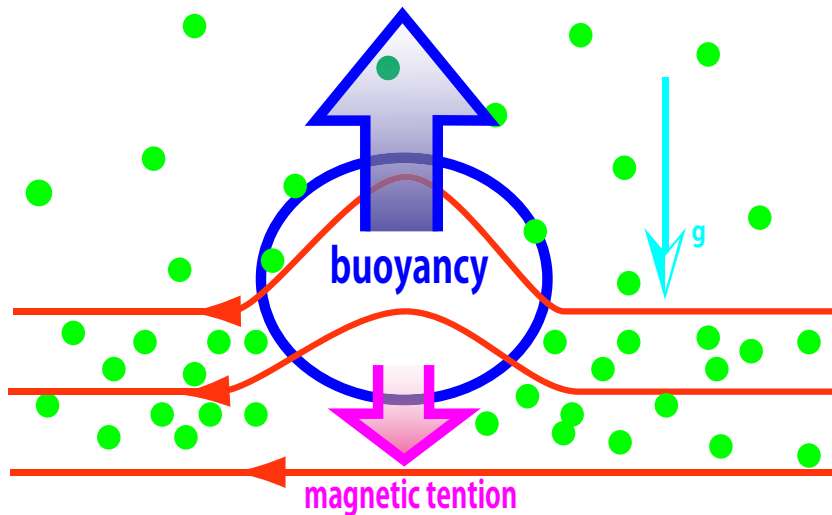


fig 5: 頂上部分が周囲よりもさらに軽くなり、浮力がはたらくようになる。

e.g.1) 太陽表面のコロナループ

コロナ (corona)

彩層(chromosphere)

光球面 (photosphere)

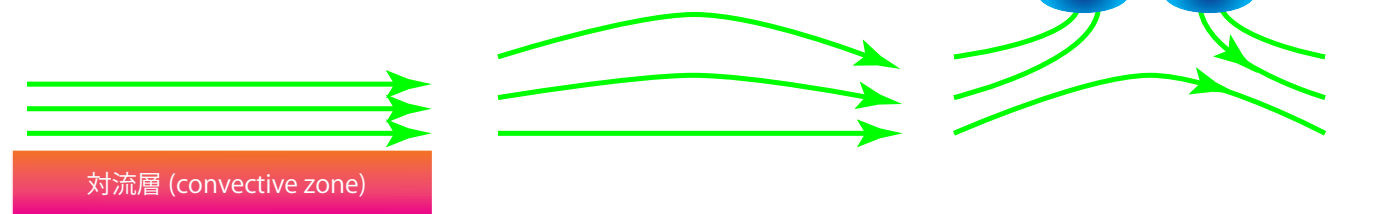


fig 6: 対流層で強められた磁場が浮上し、コロナにまで達する大きなループを形成。光球面での付け根に黒点を形成すると考えられている。

e.g.2) 銀河中心方向に見つかった分子雲ループ

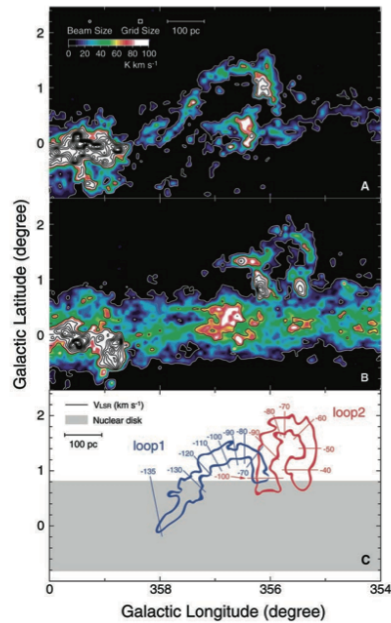


fig 7: 銀河中心方向の電波観測 (CO 輝線) により見つかった分子雲ループ。銀河円盤の Parker Instability によりできた構造ではないかと指摘されている。[1]

参考文献

- [1] Fukui et al., Science 314, 106, 2006