

# 08 Report 9.

## [ 1 ] パルサー観測と dispersion measure

fig1 はパルサーの電波観測の結果である (茅根さんのページより抜粋)。横軸は時間、縦軸は周波数で 48 チャンネルある。白い所は各チャンネルがシグナルを受けた所である。ほとんどがノイズであるが、一部きれいに斜めに連続的に白い点が連なった部分がある。ここがパルサーからのシグナルが各チャンネルに到着したところである。

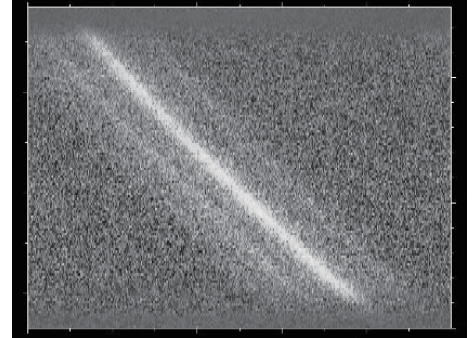


fig 1: パルサーの電波観測結果。

1-1. fig1 は周波数の高い順に上から並んでいるのか、下から並んでいるのかを根拠とともに答えよ。時間は左から右に経つ。

1-2. 400MHz と 300MHz でパルスの到着時間に 1.13 s の差があった。この結果から dispersion measure を求め、星間物質の電子数密度を  $0.03\text{cm}^{-3}$  としてこのパルサーまでの距離を求めよ。

## [ 2 ] 外部磁場に沿って進む円偏光電磁波

2-1. 右回り円偏光電磁波に対して分散関係式が

$$\omega^2 = c^2 k^2 + \frac{\omega \omega_{pe}^2}{\omega + \omega_{ce}} \quad (1)$$

となることを左回りのときと同様に示せ。

2-2. 電磁波が存在しなかったとき、速度を持った電子が回転する方向と同じ方向に電場成分 (偏光ベクトル) が回転するのは右回り・左回り、どちらか。

2-3. 右回りと左回り、円偏光電磁波の位相速度が速いのはどちらか? また、波長はどちらが長い?

## [ 3 ] 宇宙磁場と Faraday rotation

宇宙全体を貫く一様な磁場が存在するだろうか、あったとしてどれくらいの強度だろうか、という問題を調べた人がいる (Vallee, J. P. ApJ Vol. 360, P.1-6(1990))。その方は 309 個の様々な距離にある (基本的には遠くの) 天体の rotation measure を測定した。

3-1. その結果、その存在を示す Faraday 回転成分は受からなかった。この結果より宇宙全体を貫く一様な磁場があったとしても、それによる rotation measure は  $2\text{rad m}^{-2}$  以下であるという上限が得られた。宇宙の半径を 100 億光年、宇宙の電子数密度は  $2 \times 10^{-7}\text{cm}^{-3}$  として、そのような宇宙磁場の強度の上限を Gauss 単位で答えよ。

3-2.  $2\text{rad m}^{-2}$  の Faraday 回転を引き起こす宇宙磁場があったとして、波長 10cm と波長 1cm、波長 1cm と波長 1mm での Faraday 回転による回転の差はいくらか。

3-3. 各天体は天体に付随した磁場や、たまたま手前にいた天体による Faraday 回転を受ける。このような天体固有の成分が混ざっている中、どのようにしたら宇宙磁場による Faraday 回転の成分の情報を引き出すことができるだろうか。

## [ 4 ] 2つの電子の系の dipole moment

2つの電子がお互いの Coulomb 力で影響を及ぼし合い、運動している系を考えよう。この系の dipole moment の時間の 2 階微分が 0 となることを示せ。

## [ 5 ] relativistic beaming effect

電磁波の輻射場の電場成分は

$$\mathbf{E} = \frac{q}{c} \left[ \frac{\mathbf{n} \times \{(\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}\}}{\kappa^3 R} \right] \quad (2)$$

$$\kappa(t) = 1 - \mathbf{n}(t) \cdot \boldsymbol{\beta}(t) \quad (3)$$

のように書けた。 $\mathbf{n}$  は電荷から観測者の方向を向く単位ベクトル。 $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \gg 1$  のときを考えよう。 $\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta} = \beta \cos \theta$  とする。

5-1.  $\beta$  を  $\gamma$  で書き換え、 $\kappa$  を  $\theta$  の関数として表し図示して見せて。ただし、 $\theta$  は十分小さいとして  $\cos \theta \simeq 1 - \frac{1}{2}\theta^2$ 、 $\gamma \gg 1$  として  $\beta \simeq 1 - \frac{1}{2\gamma^2}$  などとせよ。

5-2.  $\theta = 0$  のときの電場の強度が  $\theta = \pi$  のときのおよそ  $16\gamma^4$  となることを示せ。

5-3. 以上の結果より、放射強度が電荷の運動方向に集中することがわかる。集中が起きる角度の範囲が  $\theta < 1/\gamma$  であることを 3-1 から示せ。

5-4. 上記の結果を相対論的ビーミング効果 (relativistic beaming effect) という。どうしてこのような現象が起きるのかを時空図を用いて説明せよ。

## [ 6 ] 無偏光の意味と Stokes parameters

無偏光電磁波は 360 度様々な方向に直線偏光したほぼ同じ強度で互いの初期位相がランダムな多数 (以下、 $N$  個とする) の電磁波の重ね合わせで表現できる。

6-1.  $k$  番目の電磁波の電場の  $x, y$  成分が以下のように書けるとする。

$$E_x^{(k)} = a_1^{(k)} e^{i\delta_1^{(k)}} e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x})} \quad (4)$$

$$E_y^{(k)} = a_2^{(k)} e^{i\delta_2^{(k)}} e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x})} \quad (5)$$

以下、複素数表示を用いた方が便利。直線偏光なので  $\delta^{(k)} = \delta_2^{(k)} - \delta_1^{(k)} = 0$  or  $\pi$  であり、元々無偏光を考えているのでどちらを取るかもランダムである。この電磁波の Stokes parameters が

$$I^{(k)} = E_x^{(k)} E_x^{(k)*} + E_y^{(k)} E_y^{(k)*} \quad (6)$$

$$Q^{(k)} = E_x^{(k)} E_x^{(k)*} - E_y^{(k)} E_y^{(k)*} \quad (7)$$

$$U^{(k)} = E_x^{(k)} E_y^{(k)*} + E_x^{(k)*} E_y^{(k)} \quad (8)$$

$$V^{(k)} = \frac{1}{i} (E_x^{(k)} E_y^{(k)*} - E_x^{(k)*} E_y^{(k)}) \quad (9)$$

の様に書けることを示せ。

6-2. これらを用いて、元の無偏光電磁波の電場成分はそれらを重ね合わせたもの

$$E_x = \sum_{k=1}^N a_1^{(k)} e^{i\delta_1^{(k)}} e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x})} \quad (10)$$

$$E_y = \sum_{k=1}^N a_2^{(k)} e^{i\delta_2^{(k)}} e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x})} \quad (11)$$

として書ける。この電磁波の Stokes parameters を

$$I = E_x E_x^* + E_y E_y^* \quad (12)$$

$$Q = E_x E_x^* - E_y E_y^* \quad (13)$$

$$U = E_x E_y^* + E_x^* E_y \quad (14)$$

$$V = \frac{1}{i}(E_x E_y^* - E_x^* E_y) \quad (15)$$

のように定義する。無偏光であるため、異なる  $k$  の電磁波間で初期位相  $\delta_1^{(k)}$  が無相関で  $0 \sim 2\pi$  の間の値をランダムに取る。以下の式を示し、 $Q, U, V$  が全て 0 になることを示せ。

$$I = \sum_{k=1}^N I^{(k)}, \quad Q = \sum_{k=1}^N Q^{(k)}, \quad U = \sum_{k=1}^N U^{(k)}, \quad V = \sum_{k=1}^N V^{(k)} \quad (16)$$