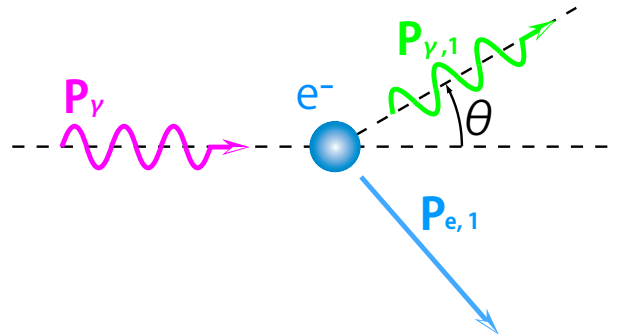


08 Report 12.

[1] Compton scattering

fig1のような photon と electron の衝突が起こった。衝突前後の photon のエネルギーをそれぞれ ϵ, ϵ_1 とする。4 元運動量の保存則から

$$\epsilon_1 = \frac{\epsilon}{1 + \frac{\epsilon}{m_e c^2}(1 - \cos \theta)} \quad (1)$$



が成り立つことを示せ。またこの式を photon の波長で表すと

$$\lambda_1 - \lambda = \lambda_c(1 - \cos \theta), \quad \lambda_c \equiv \frac{h}{m_e c} \quad (2)$$

fig 1: 静止した電子による光子の散乱。

となることを示せ。ここで λ_c は電子コンプトン波長と呼ばれているが、これを \AA 単位で求めよ。

[2] inverse Compton scattering

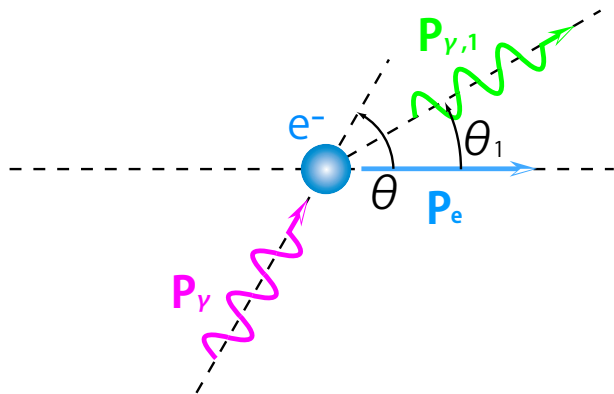


fig 2: K 系。

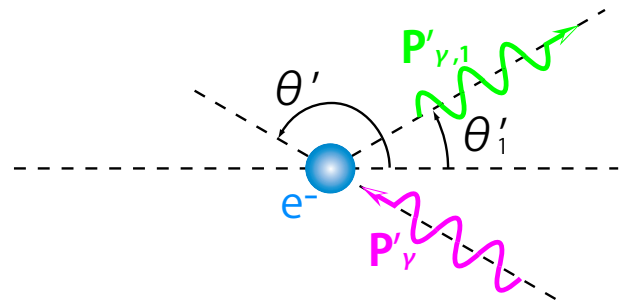


fig 3: K' 系。

fig2のように動いている電子によって光子が散乱された場合を考える。以下、実験室系(電子が動いて見える系)をK系、衝突前の電子静止系をK'系とする。K'系の物理量には'をつける。K'系において $\epsilon \ll m_e c^2$ とする。衝突前の電子はx方向に速度 v で運動しているものとし、 $\beta = v/c, \gamma$ は Lorentz factor である。

2-1. K系でfig2のように速度 v で運動する電子が放射する電磁波について考える。時刻 $t \sim t + \Delta t$ 間に放出した電磁波を、K系に静止した観測者は時間感覚 dt_{obs} で受け取る。 dt_{obs}, dt 間に成り立つ関係式を求めよ(これは Doppler shift の公式に他ならない)。ただし求める関係式は β を用いて表せ。

2-2. dt を K'系で測定した時間間隔を dt' とする。 dt, dt' の関係を γ を用いて表せ。

2-3. dt を放出した電磁波の1周期と考えることにより

$$\epsilon' = \epsilon \gamma (1 - \beta \cos \theta) \quad (3)$$

$$\epsilon_1 = \epsilon'_1 \gamma (1 + \beta \cos \theta'_1) \quad (4)$$

を導け。ただし $\epsilon = h\nu$ である。

2-4. [1] の結果を Taylor 展開することにより、

$$\epsilon'_1 = \epsilon' \left\{ 1 - \frac{\epsilon'}{m_e c^2} (1 - \cos \Theta) \right\} \simeq \epsilon' \quad (5)$$

を示せ。さらに

$$\cos \Theta = \cos \theta'_1 \cos \theta' + \sin \theta' \sin \theta'_1 \cos(\phi' - \phi'_1) \quad (6)$$

も示せ。

2-5. 以上より、散乱後の photon のエネルギーが

$$\epsilon_1 \simeq \epsilon \gamma^2 (1 - \beta \cos \theta)(1 + \beta \cos \theta'_1) \quad (7)$$

となることを示せ。さらに $\theta = \pi, \theta'_1 = 0$ のとき、photon のエネルギー変化量 $\Delta\epsilon = \epsilon_1 - \epsilon$ が最大となる。そのときの ϵ_1 を求めよ。

以下、 $\theta = \pi, \theta'_1 = 0$ の衝突をした条件で考える。

2-6. 電子の Lorentz factor が $\gamma \gg 1$ であるとする。衝突前後で photon のエネルギーが $4\gamma^2$ 倍になることを示せ。

2-7. 非相対論的な速度で運動する電子 ($\beta \ll 1$) との Inverse Compton scattering を考える。衝突前後で photon のエネルギー変化が $\Delta\epsilon = 2\beta\epsilon$ となることを示せ。

2-8. $\epsilon = 3 \times 10^{-4} \text{eV}$ の photon が電子と衝突してエネルギーが $\epsilon_1 \sim 10 \text{keV}$ になった。このときの電子の Lorentz factor はいくらか計算せよ。

2-9. $\epsilon = 3 \times 10^{-4} \text{eV}$ の photon が $k_B T = 5 \text{keV}$ で熱運動する電子と衝突した。このとき photon のエネルギー変化量を計算せよ。

[3] 逆コンプトン放射強度

3-1. 等方的な速度分布を持った Lorentz factor の電子による Inverse Compton scattering で増加した電磁波の放射強度の (入射電子や電磁波の方向についての) 平均値を「逆コンプトン放射強度」と定義する。逆コンプトン放射強度が text(5.50) 式で与えられることを示せ。ただし text 5.3.3 節を参考にして電磁波を波動として扱うこと。また入射電磁波は無偏光かつ等方的であるとする。

3-2. 磁場強度 B で一様な磁場中を同じ電子が運動することで放射される Synchrotron radiation の放射強度の平均値が text(5.28) 式で与えられることを示せ。ただし、Lienard の公式を用いてよい。

3-3. 同じ電子による Synchrotron 放射強度と逆コンプトン放射強度の比が text(5.51) 式で与えられることを示せ。

3-4. 温度 T で熱運動している電子による逆コンプトン放射強度が、 $k_B T \ll m_e c^2$ の非相対論的極限において text(5.52) 式で与えられることを示せ。またこのとき、エネルギー ϵ の photon が散乱によりそのエネルギーが $\Delta\epsilon$ だけ増加したとすると、それらの比の平均値が text(5.53) 式で与えられることを示せ。

3-5. ここまでの扱いでは暗黙の過程が含まれている。それは何かを考え、そのことからくる上記の結果の適応限界 (どのようなときは使ってよくて、どのようなときは使ってはならないのか) を答えよ。